

海兔生长的数学模型研究*

朱仲嘉 林瑞镛

(厦门水产学院)

提 要

本文介绍了对蓝斑背肛海兔生长的研究结果。海兔的生长在幼苗期、营养生长期、繁殖生长期和成熟产卵期是不同的,而且有受水温制约的明显季节差异。根据实验结果,本文对海兔各发育阶段的体重——体长关系、体重生长——时间关系、体重生长率和相对体重生长率进行了探讨,并初步提出了它们的生长数学模型。

海兔产的卵群带俗称“海粉”,是防治淋巴结核等症的有效中药,也是一种富有营养的名贵海味。海兔是研究神经生理的良好材料^[1],在厦门等地沿海人民则食用其肉。海兔可单养或与蚶等混养,发展多品种经营,提高经济效益,在有条件的海区,开展海兔养殖是不可忽视的。

厦门地区有二百年以上养殖海兔的历史,积累的生产经验丰富,有成套的养殖技术。但在过去,对其养殖生物学基础理论的研究则开展较少,使生产发展受到一定的限制。今根据实验结果,对海兔生长的数学模型进行探讨。

材 料 与 方 法⁽¹⁾

(1) 海兔苗 秋末将蓝斑背肛海兔 *Notarchus (Bursatella) leachii cirrosus* Stimpson 的亲体放养于 $6 \times 5 \times 4$ 米的活水池中,12月24日由池中选冬季自行繁殖的苗30只,伸展时体长1.4—2.4厘米,体重0.11—0.35克。

(2) 饲养与管理 选好的海兔苗移入 $1.2 \times 0.7 \times 0.9$ 米的水池中饲养,水深保持在0.5米,每天换新鲜海水一次。水温每天上午6时和下午14时各测一次,取平均值。次年3月10日分为二池饲养,每池各15只。饵料以自然繁生的硅藻等为主,在3月10日分池后,常在试验场的水沟中刮取俗称的“土皮”(其中有舟形硅藻 *Nivivula* sp.、菱形硅藻 *Nitzschia* sp.、直链硅藻 *Melosira* sp. 等藻类),作为补充食料。

(3) 实验地点与测量 试验在福建省水产研究所鼓浪屿试验场进行。12月24日至次年1月31日间,每隔7天在水盆中测量其伸展时体长及取出用天平称体重一次,2月1日至5月20日间,改为每隔14天测定一次,每次测20只。后者用补间法,求得每隔7天测定一次的数据。

* 本文经尹左芬教授审阅,提了宝贵意见,特此致谢。

(1) 朱仲嘉,1988。蓝斑背肛海兔的生长规律。福建水产,4:88—41。

4. 回归分析计算 根据海兔各生长发育阶段的观测数据,应用 TRS-80 微型电子计算机进行回归分析,建立起海兔各主要生长期的数学模型。

结 果

海兔生长发育经幼苗期、营养生长期、繁殖生长期到成熟产卵,由图 1 可以看出,生长

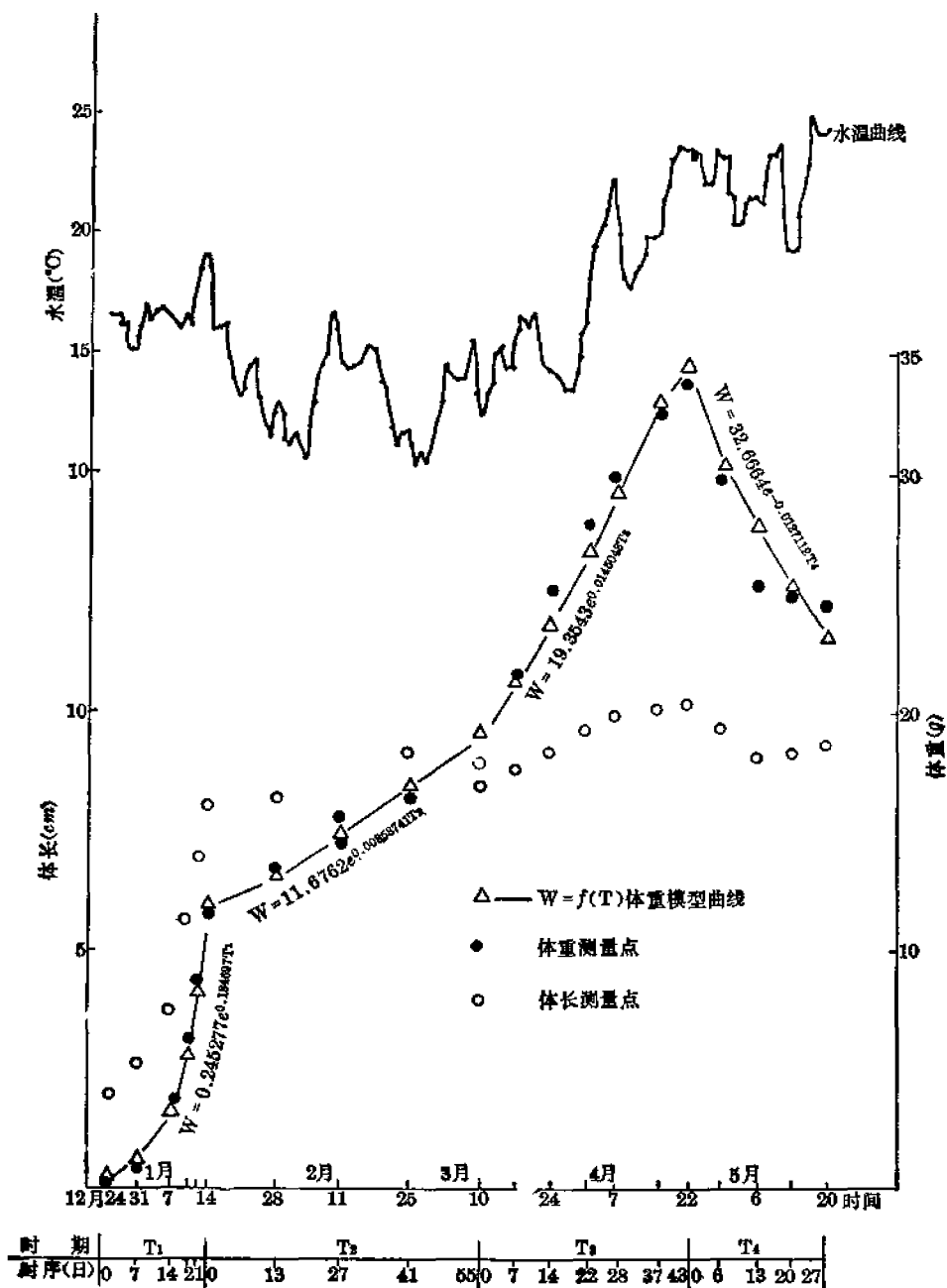


图 1 蓝斑背肛海兔各生长发育期体重、体长与生长时间的关系

发育因阶段不同而不一致,且有明显的季节变化,主要受水温制约。

海兔的营养生长和繁殖生长是两个前后相连的生长阶段,繁殖生长是在营养生长达到一定程度基础上进行的,以性腺指数来划分较可靠,生产上以开始产卵作为两者的划分标志。幼苗 12 月 24 日开始放养,营养生长至 2 月 15 日开始交尾产卵,便进入繁殖生长期。由图 1 还可以看出,12 月 24 日至 1 月 14 日为正常营养生长期,1 月 15 日至 3 月 10 日为冬季低温停滞生长期,3 月 11 日至 4 月 22 日为正常繁殖生长期,4 月 23 日至 5 月 20 日为繁殖盛期后身体消瘦期,最大的体重和体长均在繁殖生长后期 4 月 22 日达到。各主要生长期的观测数据,分别回归分析得数学模型,现分述如下:

(一) 海兔体重与体长关系 $W = f(L)$ 数学模型

所得出的海兔幼苗期、正常营养生长期、正常繁殖生长期体重与体长的相关生长数学模型,符合生物器官异速增长定律(Allometric law)^[4]的幂函数表达式。

$$W = aL^k$$

式中: W —海兔的体重(克); L —海兔伸展时的体长(厘米); a, k —两个待定参数。

以上三期海兔体重与体长生长的回归拟合方程式如表 1 所示:

由表 1 可以看出,拟合方程式的回归相关系数 $R = 0.946061 \sim 0.992084$, 其拟合的程度达到相当满意的结果。

由表 1 还可以看出,在幼苗期、正常营养生长期和正常繁殖生长期这三个不同生长发育阶段,它们的体重与体长关系式的系数和幂是不同的,这样就产生了和各个不同生长期

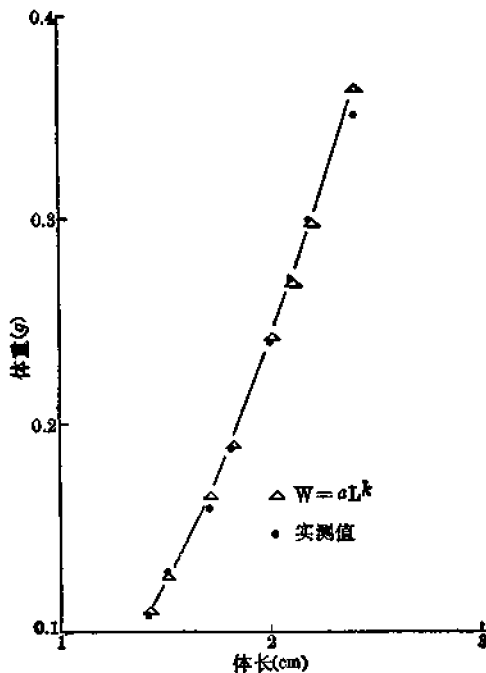


图2 海兔幼苗期体重与体长关系数学模型。

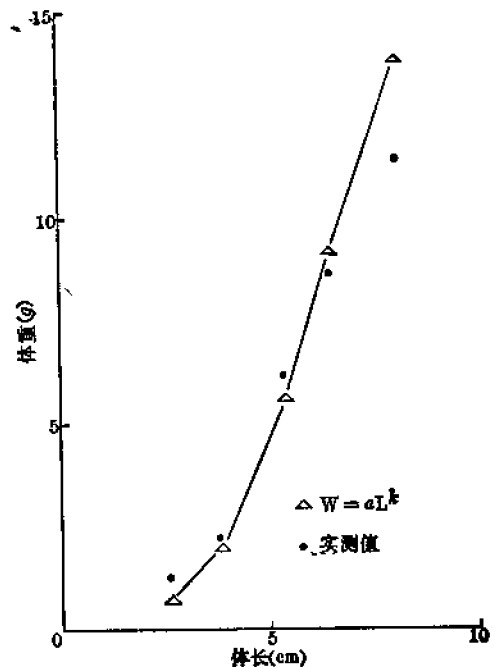


图3 海兔正常营养生长期体重与体长关系数学模型

相适应的关系式,结果见图2—图4。

在生产上,可由 $W=f(L)$ 数学模型,算出不同生长发育阶段的标准体重和体长,对照养殖期间相应时期的生长情况。

(二) 海兔体重生长与时间的关系

$W=f(T)$ 数学模型

海兔在不同的主要生长期,体重增加的现象符合随时间单调增加(或单调减少)的规律,经回归分析得出以下指数函数的表达式:

$$W = be^{CT}$$

式中: W ——海兔的体重(克); T ——相应生长期的时序(日); b 、 C ——两个待定参数。

海兔四个主要生长期的体重增加的具体数学模型如下表:

由表2可以看出,所建立的数学模型,相关系数达到 $R=0.824633-0.972471$ 的回归拟合程度。

由表2还可以看出,在海兔的正常营养生长期、正常繁殖生长期及冬季低温停滞生长期系数 $C>0$,表示在上述各生长期,海兔

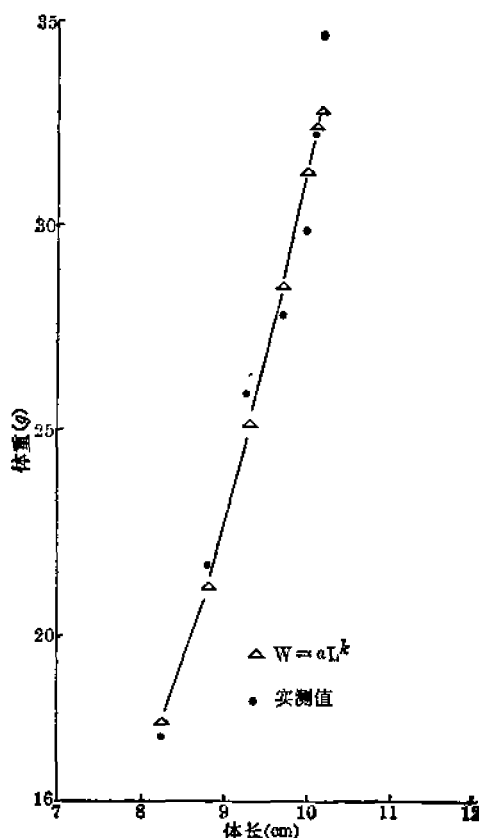


图4 海兔正常繁殖生长期体重与体长关系数学模型

表1 海兔主要生长期体重与体长关系 $W=f(L)$ 数学模型

时 期	项 目	方 程 式	相 关 系 数 (r)
幼苗期		$W = 0.0518877L^{2.22}$	0.992084
正常营养生长期		$W = 0.0697001L^{2.53851}$	0.946061
正常繁殖生长期		$W = 0.0454126L^{2.84024}$	0.967928

表2 海兔体重生长与时间关系 $W=f(T)$ 数学模型

时 期	项 目	方 程 式	相 关 系 数 (r)
正常营养生长期(T_1)		$W = 0.245277e^{0.18497T_1}$	0.972471
冬季低温停滞生长期(T_2)		$W = 11.6762e^{0.00658741T_2}$	0.902977
正常繁殖生长期(T_3)		$W = 19.3543e^{0.0145045T_3}$	0.985224
繁殖盛期后消瘦期(T_4)		$W = 32.6664e^{-0.0127112T_4}$	0.824688

的体重随时间进展的单调增加关系;而在繁殖盛期后观测的时间内, $C<0$,呈单调减少的规律,即大量排卵消耗能量处于消瘦期。数学模型符合实验观测的结果,见图1。

(三) 海兔各主要生长期体重生长率 $\left(\frac{dW}{dT}\right)$

与相对体重生长率 $\frac{1}{W}\left(\frac{dW}{dT}\right)$ 的数学模型

由表 2 海兔体重生长的数学模型 $W = be^{Ct}$, 经数学求导结果, 得出以下两个表征海兔体重生长率与相对体重生长率的表达式:

1. 海兔体重生长率的数学模型

$$\left(\frac{dW}{dT}\right) = CW \quad (\text{克/日})$$

2. 海兔相对体重生长率的数学模型

$$\frac{1}{W}\left(\frac{dW}{dT}\right) = C \quad (\text{克/日} \cdot \text{克})$$

体重生长率和相对体重生长率的数学模型, 提供我们深入了解海兔各生长、发育阶段的生长情况。

体重生长率 $\left(\frac{dW}{dT}\right)$, 表示在不同的体重水平上海兔体重每日增加的克重 $\frac{dW}{dT} = CW$ 关系式, 显示了体重生长率与体重呈线性增加的规律; 而相对体重生长率 $\frac{1}{W}\left(\frac{dW}{dT}\right)$, 则表示海兔每克体重每日增加的克重, 关系式 $\frac{1}{W}\left(\frac{dW}{dT}\right) = C$ 显示在特定的生长期内, 每一瞬间相对体重生长率保持不变, 即恒为数值 C 。以上两个微分方程的具体型式如下表:

表 3 海兔体重生长率 $\left(\frac{dW}{dT}\right)$ 及体重相对生长率 $\frac{1}{W}\left(\frac{dW}{dT}\right)$ 数学模型

时 期	项 目	体重生长率模型	相对体重生长率模型
正常营养生长期(T_1)		$\left(\frac{dW}{dT_1}\right) = 0.184697W$	$\frac{1}{W}\left(\frac{dW}{dT_1}\right) = 0.184697$
冬季低温停滞生长期(T_2)		$\left(\frac{dW}{dT_2}\right) = 0.00858741W$	$\frac{1}{W}\left(\frac{dW}{dT_2}\right) = 0.00858741$
正常繁殖生长期(T_3)		$\left(\frac{dW}{dT_3}\right) = 0.0145084W$	$\frac{1}{W}\left(\frac{dW}{dT_3}\right) = 0.0145084$
繁殖盛期后消瘦期(T_4)		$\left(\frac{dW}{dT_4}\right) = -0.0127112W$	$\frac{1}{W}\left(\frac{dW}{dT_4}\right) = -0.0127112$

由表 3 可以看出, 在试验期间, 正常营养生长期, 正常繁殖生长期及冬季低温停滞生长期内, 海兔的体重生长率均为正值, 都有不等的增加重量(即增重阶段), 而在繁殖盛期后, 体重的生长率在观测期内则变为负值, 因大量产卵及消耗能量使体重减轻(即消瘦阶段), 而在不同的生长发育阶段其值不同, 且有明显的季节变化。由表 3 可见, 海兔在正

常营养生长期内的体重相对生长率达 184.7 毫克/克·日为最高; 正常繁殖生长期内为 14.51 毫克/克·日次之; 而在冬季低温停滞生长期内仅为 8.57 毫克/克·日, 增加缓慢; 至于繁殖盛期后消瘦期, 相对体重生长率则变为负值, 即以 12.7 毫克/克·日的相对率减轻变瘦。

海兔生长的主要标志是体长生长、体重增加, 两者存在着明显的相关生长, 除有体长生长体重增加的一般规律外, 海兔还有如繁殖盛期大量产卵消耗能量随之使身体消瘦, 出现体长缩短, 体重减轻的特点。体长和体重是两个生长中的相关变量, 不仅因生长发育的阶段不同而有差别, 且有季节变化。为从数量上说明海兔在实验期间各生长期的生长动态, 下表 4 列出了各生长时期的有关生长概况, 其中, 生长率的数据是以回归分析得出的 $\frac{dW}{dT}$ = CW 数学模型求得。

表 4 海兔各生长期体长、体重及体重生长率概况

项 目 时 期	时序(日)	体长(厘米)	体重(克)	体重生长率(克/日)
正常营养生长期 (T_1)	0	1.88	0.21	0.0887864
	7	2.55	1.30	0.240106
	14	3.81	2.27	0.419262
	17	5.64	6.23	1.15066
	19	6.87	8.87	1.63326
	21	8.06	11.48	2.12082
冬季低温停滞生 长期(T_2)	0	8.06	11.48	0.0985835
	13	8.12	13.17	0.113096
	27	7.9	14.29	0.122714
	41	8.11	18.35	0.157579
	55	8.21	17.6	0.151138
正常繁殖生长期 (T_3)	0	8.21	17.6	0.255848
	7	8.71	21.77	0.315848
	14	9.25	25.94	0.376848
	22	9.67	27.86	0.404204
	28	9.99	29.22	0.423956
	37	10.09	32.41	0.470217
	43	10.15	34.69	0.503296
繁殖盛期后消瘦 期(T_4)	0	10.15	34.69	-0.440952
	6	9.6	29.95	-0.3807
	13	9.05	25.22	-0.320676
	20	9.15	25.00	-0.31778
	27	9.28	24.54	-0.311933

讨 论 与 结 语

海兔冬季繁生的苗, 生长发育到春季达成熟产卵, 厦门俗称“春母”。生产有冬、春两

季“海粉”，而春季的产量大于冬季，因此“春母”在生产上占重要的比重。

海兔体重与体长的正常相关生长，符合生物器官的异速增长定律(Allometric law)的幂函数表达式。海兔生长由小到大，器官由不完善到完善以达成熟，在幼苗期、正常营养生长期、正常繁殖生长期等的不同生长发育阶段，其体重与体长的回归拟合方程式的系数和幂是不一致的，便形成了不同生长期各适的方程式。

厦门渔农根据生产经验，认为海兔体宽背高，壮健丰满，色素黑而鲜艳，树枝状突起粗短，捉在手里能很快缩入皮内者为优。此外海兔的生长好坏，壮健与否，可根据各生长期的 $W=f(L)$ 数学模型，算出相应生长期相对体长的标准体重，然后进行数学判断。海兔体重大于标准体重，表明其生长好，丰满健壮；若小于标准体重则表明其生长差，瘦弱细长。当发现海兔生长差时，应及时采取有效措施，以利生产。

海兔体重增加速率 $\left(\frac{dW}{dT}\right)$ 与相对体重增加速率 $\frac{1}{W}\left(\frac{dW}{dT}\right)$ 的数学模型，提供了生长发育各阶段的生长情况细节，相对体重增加速率，以正常营养生长期达 184.7 毫克/克·日为最高，正常繁殖生长期为 14.51 毫克/克·日次之，生长在饵料物质基础上进行，这期间海兔的摄食也最旺盛而活跃，生产上应注意饵料的繁生及适宜的需要情况。海兔繁殖盛期因大量产卵消耗能量，继之相对体重增加速率变为负值，以 12.7 毫克/克·日的速率消瘦，这是符合繁殖客观规律的。

海兔生长发育有明显的季节变化，如在冬季低温停滞生长期内，相对体重生长速率仅为 8.59 毫克/克·日，进食少且迟缓，增重缓慢，水温低停止产卵，或因超过了能耐的低温限度而易冻死，本地在生产上这期间也暂停补苗工作。

海兔生长数学模型的建立和在生产上的应用，可促使养殖技术提高到新的水平。

参 考 文 献

- [1] 中国科学院数学研究所编, 1975. 回归分析方法. 科学出版社。
- [2] 朱仲嘉, 1957. 厦门产的一种海兔. 动物学杂志, 1(3): 161—164.
- [3] 朱仲嘉, 1958. 海兔养殖. 学艺, 8: 9—14, 26.
- [4] 杨纪珂等编译, 1982. 生物数学概论. 科学出版社。
- [5] 近藤次郎著, 1976. 数学モデル(現象の数式化). 丸善株式会社。
- [6] Eric R. Kandel, 1979. Behavioral Biology of Aplysia. W. H. Freeman and Company, San Francisco.

THE GROWTH MATHEMATICAL MODEL OF "SEA RABBIT"

Zhu Zhongjia and Lin Ruiyong

(Xiamen Fisheries College)

Abstract

According to the data collected from the experiments of different growth stages of the seedling of *Nortachus (Bursatella) leachu cirrosus* Stimpson which was fed in Fisheries Institute of Fujian Province from December 24 to May 20, a regression ana-

lysis was made by means of TRS-80 microcomputer and mathematical models were established.

(1) During the period of the seedling, the normal nutritive growing and the normal reproductive growing of the sea rabbit, the mathematical model of the relation between its body weight and length is $W = f(L)$.

(2) During the period of the sea rabbit normal nutritive growing (T_1), the low temperature stagnant growing in winter (T_2), the normal reproductive growing (T_3), and getting thinner after reproductive growing in full flourish (T_4), the mathematical model between the body weight growth of the sea rabbit and the time relation is $W = f(T)$.

(3) During all of the periods as the same as (2) the above mentioned, the body weight increasing velocity of the sea rabbit is $\left(\frac{dW}{dT}\right) = f(W)$, and the relative velocity of the body weight of the sea rabbit is $\frac{1}{W}\left(\frac{dW}{dT}\right) = C$.

The sea rabbit, the reproductive seedling in winter and its growth in the next spring as well as its spawn in nature period, is popularly called "Chun Mu" (Spring mother) by the Amoy people. It has an important place in the production. The mathematical models offered by this article have been discussed in connection with the reproduction of the sea rabbit. These scientific principle once applied to the production will surely promote the culturing technique and theory to a new high level.