

不对称盖板磁致伸缩发射型换能器 谐振频率方程*

华和甫

(宁波航海仪器厂)

提 要

本文从波动方程的解出发,推导了不对称盖板磁致伸缩发射型换能器的谐振频率方程,并从该方程出发,推导了五种特殊状态下的谐振频率方程。有些方程在文献中早就发表;有些至今尚未报导,本文把这些单个方程系统地连贯起来,并认为不对称盖板磁致伸缩发射型换能器的谐振频率方程是这些方程基本通用方程。

为便于计算,文中对T型换能器还作出计算图表。

利用机电类比和基本定义还列出了不对称盖板单向发射换能器的机声效率和辐射声功率的计算公式,讨论了提高机声效率和辐射声功率的方法。

水声设备的应用日益广泛,作为电声变换元件的换能器已越来越引起人们的重视。尽管采用了各种式样的新型换能器来获得超声波,但磁致伸缩型换能器仍是获得超声的主要方法。近年来,由于不对称盖板磁致伸缩换能器的各种优点,^[1]如:可改变两盖板厚度来调整工作频率和频带宽度,以最经济的尺寸获得大的发射声功率等。因而近来随着恒磁体制造技术的提高,运用恒磁体作为偏磁的不对称盖板换能器,已在我国工业各部门中广泛地获得了应用。如国产的探鱼仪61F型、CYT-2型、CYT-4型、69型等的换能器都属于这种结构。但是以往文献中所介绍的不对称盖板换能器结构与谐振频率之间的关系资料甚少,并且对称盖板换能器谐振频率方程都不适用于不对称结构。前人也曾互不相关地推导过这些方程。本文旨在推导不对称盖板换能器的谐振频率方程,并由此基本谐振频率方程出发,系统地推导出几种特殊结构的谐振率方程。

基本的谐振频率方程

我们知道如图(1)所示棒或管的磁致伸缩振动与一般棒的纵振动并无区别,所不同的仅是其推动力为磁致伸缩应力;同时由于反效应,其弹性系数应按电路工作状态而加以修正。因此,均匀棒的磁致伸缩振动同样满足波动方程:

* 本文在施彬教授帮助指导下写成,谨志谢忱。

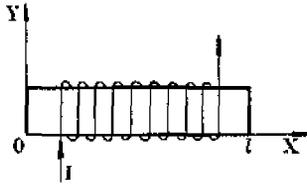


图 1 铁磁棒的磁致伸缩振动

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{E'}{\rho} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = C^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad (1)$$

式中： ξ ——棒中任一横截面沿振动方向（轴向）的位移；

E' ——考虑了反效应以后材料的弹性系数；

ρ ——密度；

x ——距离；

t ——时间；

$C = \sqrt{\frac{E'}{\rho}}$ 为棒中纵振动的相速度

上式在简谐振动时的解为：

$$\xi = A \cos Kx + B \sin Kx \quad (2)$$

式中： $K = \frac{\omega}{C}$ 为振动的波数， ω 为角频率， A 及 B 由边界条件决定。

图(2)示磁致伸缩振动棒的始端与终端的受力情况，设所考虑的某瞬时，磁致伸缩棒是伸长的，也就是说，此时作为主动力的磁致伸缩是张力；根据弹性力学知，此时棒的弹性反作用力必为压力，这表示弹性棒有反抗磁致伸长的本领，同时棒端运动后，会带动作为机械负载的盖板进行振动。因此，棒的始端应受到运动盖板的反作用力，且也为压力。因而，我们分别对棒的始端和终端得出边界条件：

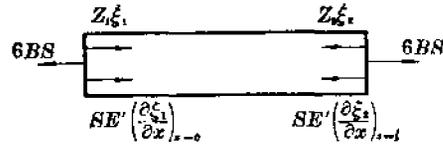


图 2 棒的始端与终端的受力分析

$$\text{始端： } -\sigma BS = SE' \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x} \right)_{x=0} + Z_1 \dot{\xi}_1 \quad (3)$$

$$\text{终端： } -\sigma BS = SE' \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x} \right)_{x=l} + Z_2 \dot{\xi}_2 \quad (4)$$

式中： σ ——磁致伸缩应力常数；

B ——磁感应强度；

S ——棒的横截面积；

Z_1, Z_2 ——分别为棒的始端与终端的机械阻抗；

$\dot{\xi}_1 = \left(-\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)_{x=0} = j\omega \xi_1$ 为棒的始端振动速度；

$\dot{\xi}_2 = \left(-\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)_{x=l} = j\omega \xi_2$ 为棒的终端振动速度。

式(2)对 x 取一阶导数代入式(3)、(4)，得：

$$\text{始端： } -\sigma BS = \frac{\rho CS}{j \sin Kl} (\dot{\xi}_1 + \dot{\xi}_2) + \left(j\rho CStg \frac{Kl}{2} + Z_1 \right) \dot{\xi}_1 \quad (5)$$

$$\text{终端： } -\sigma BS = \frac{\rho CS}{j \sin Kl} (\dot{\xi}_1 + \dot{\xi}_2) + \left(j\rho CStg \frac{Kl}{2} + Z_2 \right) \dot{\xi}_2 \quad (6)$$

从式(5)、(6)得，棒形磁致伸缩振动体的等效机械图，如图(3)所示。

由图(3)求得,磁致伸缩振动体的机械阻抗 Z_M :

$$Z_M = \frac{\rho CS}{j \sin Kl} + j \frac{1}{2} \rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + \frac{Z}{2} \quad (7)$$

式中假定 $Z_1 = Z_2 = Z$ 。

若换能器具有不对称盖板,且作单向发射,即假定终端为发射面而始端为真空或和空气接触,如图(4)所示,那么,根据均匀棒和长线的比拟理论得:

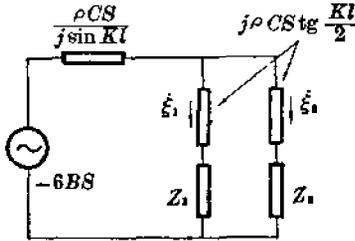


图3 棒型磁致伸缩振动体的等效机械图

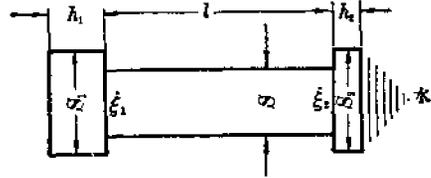


图4

$$Z_1 = j \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} K_1 h_1 \quad (8)$$

$$Z_2 = \frac{(\rho C)_* S_2}{\cos^2 K_2 h_2} + j \rho_2 C_2 S_2 \operatorname{tg} K_2 h_2 \quad (9)$$

式中: $K_2 = \frac{\omega}{C_2}$;

$K_1 = \frac{\omega}{C_1}$;

$(\rho C)_*$ ——水的密度和水中声速的乘积;

C_2 ——盖板(2)中声速;

C_1 ——盖板(1)中声速。

式(8)就是始端盖板对棒的始端振动所呈现的等效机械阻抗。它可类比为—端完全自由的机械传输线,在另一端处所形成的等效机械阻抗,这与一个长为 h_2 的二线电传输线,一端短路,在另一端所呈现的等效电阻的关系式一样。

式(9)表示终端盖板对棒的终端振动所呈现的等效机械阻抗。其中第一项 $\frac{(\rho C)_* S_2}{\cos^2 K_2 h_2}$ 可以看成:终端盖板外侧面处的水介质阻抗 $(\rho C)_* S_2$ 通过 h_2 厚度的盖板而反应到盖板内侧处的等效机械阻抗;而第二项 $j \rho_2 C_2 S_2 \operatorname{tg} K_2 h_2$ 的意义和式(8)相同。

图(3)中 Z_1 和 Z_2 用式(8)、(9)代入,就获得不对称盖板棒形磁致伸缩体的等效机械图(5a),运用等效发电机定理把图(5a)化简成图(5b),图中:

$$Z_i = \frac{\frac{\rho CS}{j \sin Kl} \left(j \rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + j \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} K_1 h_1 \right)}{\frac{\rho CS}{j \sin Kl} + j \rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + j \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} K_1 h_1} \quad (10)$$

$$U = \frac{(-6BS) \left(j \rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + j \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} K_1 h_1 \right)}{\frac{\rho CS}{j \sin Kl} + j \rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + j \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} K_1 h_1} \quad (11)$$

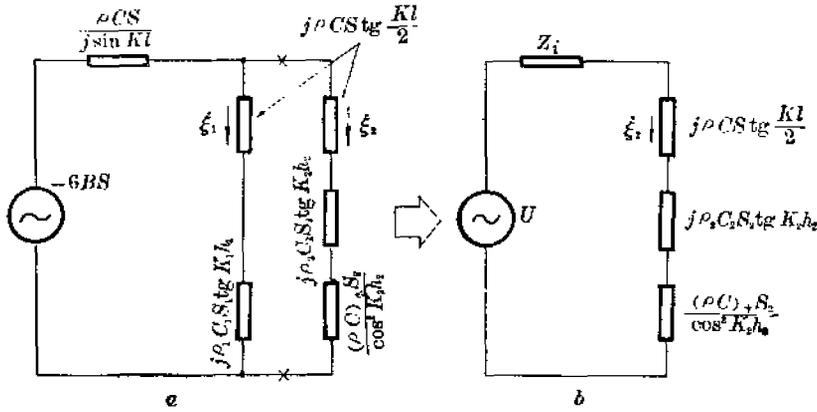


图5

由图(5b)和(10)、(11)式我们求得 ξ_2 :

$$\xi_2 = \frac{(-\sigma BC)}{\frac{\rho CS}{j \sin Kl} \left(j \rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + j \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} Kl h_1 \right)} \quad (12)$$

$$\times \left(j \rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + j \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} Kl h_1 \right) + \left[j \rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + j \rho_2 C_2 S_2 \operatorname{tg} Kl h_2 + \frac{(\rho C) S_2}{\cos^2 Kl h_2} \right] \left(\frac{\rho CS}{j \sin Kl} + j \rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + j \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} Kl h_1 \right)$$

简化式(12),得 ξ_2 的谐振条件为:

$$\begin{aligned} & - \frac{\rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} Kl h_1 \cdot \rho_2 C_2 S_2 \operatorname{tg} Kl h_2}{\rho CS} - \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} Kl h_1 \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} - \rho_2 C_2 \rho CS \operatorname{tg} Kl h_2 \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} \\ & + \frac{\rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} Kl h_1}{\sin Kl} + \frac{\rho_2 C_2 S_2 \operatorname{tg} Kl h_2}{\sin Kl} + \rho CS = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)左右两面各乘上 $\rho CS \sin Kl$,得:

$$\begin{aligned} & \rho_1 C_1 S_1 \rho_2 C_2 S_2 \operatorname{tg} Kl h_1 \operatorname{tg} Kl h_2 \sin Kl + \rho CS \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} Kl h_1 \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} \sin Kl \\ & + \rho CS \rho_2 C_2 S_2 \operatorname{tg} Kl h_2 \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} \sin Kl - \rho CS \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} Kl h_1 \\ & - \rho CS \rho_2 C_2 S_2 \operatorname{tg} Kl h_2 - (\rho CS)^2 \sin Kl = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

式(14)就是不对称盖板作单向发射磁致伸缩换能器结构与谐振频率之间的关系式,这个方程比较复杂,但在某特殊条件下能加以简化。

几种不同结构的谐振频率方程

1. 盖板和棒材料相同的不对称盖板换能器的谐振频率方程

在大多数水声设备中的换能器里,盖板和棒都是用相同材料制成的,即 $\rho_1 = \rho_2 = \rho$;

$E_1 = E_2 = E$, 将此条件代入式(14), 则可得下式:

$$S_1 \operatorname{tg} K h_1 \operatorname{tg} K h_2 \sin K l + S S_1 \operatorname{tg} K h_1 \operatorname{tg} \frac{K l}{2} \sin K l + S S_2 \operatorname{tg} K h_2 \operatorname{tg} \frac{K l}{2} \sin K l - S S_1 \operatorname{tg} K h_1 - S S_2 \operatorname{tg} K h_2 - S^2 \sin K l = 0 \quad (15)$$

式(15)在实际工作中是非常有用的, 如 CYT-4 型探鱼仪的换能器谐振频率关系就可运用此式进行正确的计算。

2. 盖板和棒为不同材料的对称盖板换能器的谐振频率方程。

若令: $S_1 = S_2$; $h_1 = h_2$; $\rho_1 = \rho_2 \neq \rho$; $E_1 = E_2 \neq E$, 代入式(14), 则可得下式:

$$\rho C S \cot \frac{K l}{2} = \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} K_1 h_1 \quad (16)$$

式(16)和一般文献中介绍的对称盖板(盖板和棒的材料不同)换能器谐振频率方程相一致。

3. 盖板和棒为相同材料的对称盖板换能器的谐振频率方程。

若令: $\rho = \rho_1 = \rho_2$; $E = E_1 = E_2$, 代入式(16), 则可得另一方程:

$$\operatorname{tg} K h \cdot \operatorname{tg} \frac{K l}{2} = \frac{S}{S_1} \quad (17)$$

式(17)同 Л. Я. Гутин 推导的方程一致^[2, 8]。

在以直流电产生直流磁化的磁致伸缩换能器中, 都采用这一方程。

4. T形换能器的谐振频率方程

由于T形换能器具有许多优点, 如绕制线圈简单; 窗口的容和较大, 便于绕制较多的线圈, 进行束控; 在液体中能以较大功率连续地工作等。因而在水声设备中, 获得广泛的应用, 如 61F 探鱼仪换能器就是采用这种结构型式的。不过, 关于它的谐振频率关系计算方程, 以往很少介绍。但如假定式(15)中 $h_1 = 0$, 即可推导出所需的方程:

$$S_2 \operatorname{tg} K h_2 \cdot \operatorname{tg} \frac{K l}{2} \cdot \sin K l - S_2 \operatorname{tg} K h_2 - S \sin K l = 0 \quad (18)$$

由式(18)不难看出, 若其尺寸按比例改变时, 则其谐振频率按反比例变化; 若保持 l 、 h_2 不变, S_2 和 S 按比例增大或缩小(即 S/S_2 保持不变), 则其谐振频率保持不变。这些关系已被事实所证实。

为了便于计算, 将式(18)作出 T 型换能器的谐振频率计算图表, 如图(6)所示。图中

横座标为 $C = \frac{4l}{\lambda}$, 纵座标为 $b = \frac{4h_2}{\lambda}$ (对应于实线和点划线)或 $b + c = \frac{h_2 + l}{\lambda/4}$ (对应于虚线), 并以 $a = \frac{S}{S_2}$ 及 $\frac{C}{b+c} = \frac{l}{l+h_2}$ 为参变量, 作出曲线。

由图(6)不难求出 61F 型探鱼仪的换能器的谐振频率。已知该换能器的结构参数为:

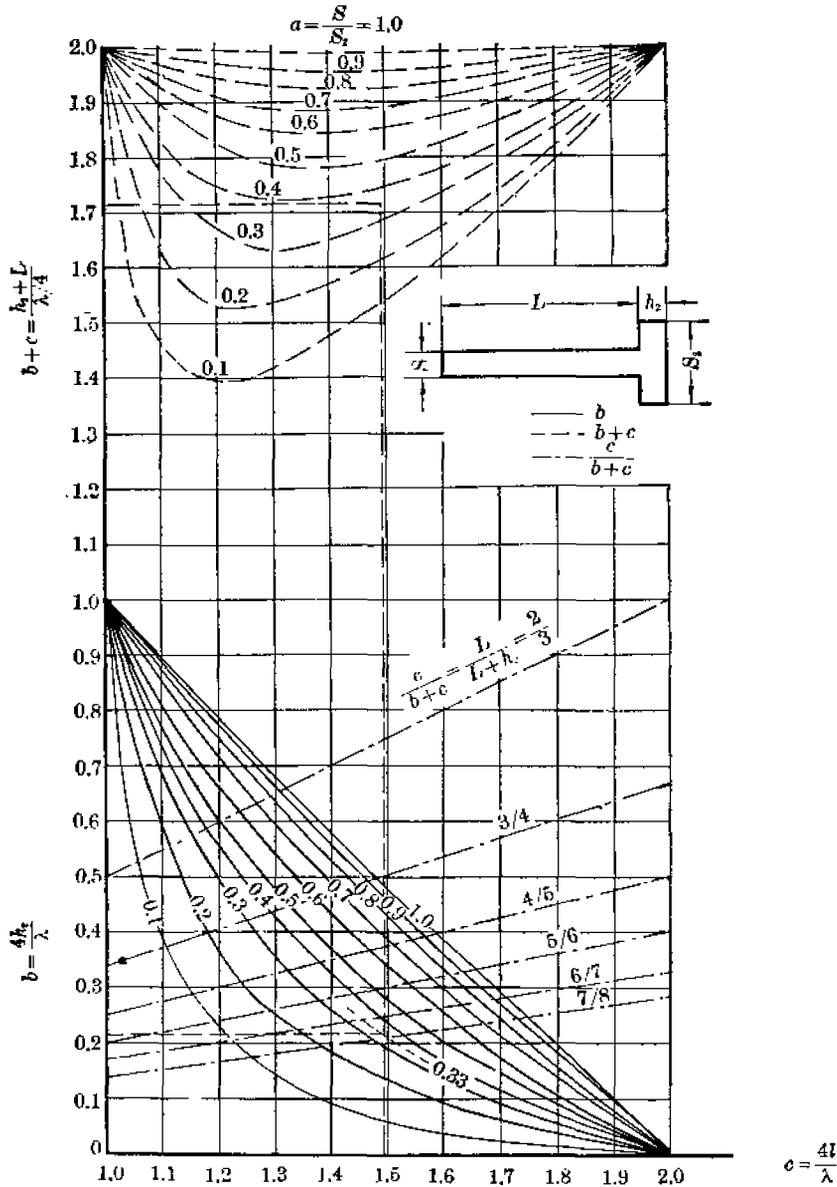


图 6 T形换能器谐振频率和结构尺寸的关系

$l = 7$ 厘米, $h_2 = 1$ 厘米, $S = 1$ 厘米, $S_2 = 3$ 厘米, 从图可求得: $b = 0.22$, 则 $\lambda = 18$ 厘米。

5. 棒形换能器的谐振频率方程

假定 $h_1 = 0$, $h_2 = 0$, 则式(14)变成最简单的形式:

$$\sin Kl = 0 \tag{19}$$

式(19)是众所周知的计算棒形换能器谐振频率的方程。

以上讨论的是各种结构换能器谐振频率的计算方程, 不过都没有考虑到可能产生的

盖板弯曲振动, 在 $\frac{2(S_1 - S)}{S} \geq 1.5$ 的情况下, 还须引入适当的修正^[1]。

功率与效率

在谐振条件下, 简化式(12), 得:

$$\dot{\xi}_2 = \frac{(-\sigma BS) \left(\rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} K_1 h_1 \right)}{\left(\frac{-\rho CS}{\sin Kl} + \rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} K_1 h_1 \right) \frac{(\rho C)_* S_2}{\cos^2 K_2 h_2}} = \frac{-\sigma BS}{\gamma_H} \quad (20)$$

$$\text{式中: } \gamma_H = \frac{(\rho C)_* S_2 \left(\frac{-\rho CS}{\sin Kl} + \rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} K_1 h_1 \right)}{\rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} K_1 h_1} \quad (21)$$

γ_H 为折算到棒终端的辐射阻抗。

若方程(20)中的 $\frac{\rho CS}{\sin Kl} = \rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} K_1 h_1$, 则 $\dot{\xi}_2 \rightarrow \infty$, 这和理想条件下并联谐振支路电流为无穷大相类比, 这时相当于 γ_H 为零。而事实上除 γ_H 外, 尚存在有功机械阻 γ_M (由内部摩擦等造成), 所以 $\dot{\xi}_2$ 不能为无穷大, $\dot{\xi}' = \frac{-\sigma BS}{\gamma_H + \gamma_M}$ 是考虑了有功机械阻抗后的振速。

根据谐振时机声效率的定义 $\eta_{a/M} = \frac{\gamma_H}{\gamma_H + \gamma_M}$, 把式(21)代入, 即得:

$$\eta_{a/M} = \frac{\frac{(\rho C)_* S_2 \left(\frac{-\rho CS}{\sin Kl} + \rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} - \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} K_1 h_1 \right)}{\cos^2 K_2 h_2}}{\frac{(\rho C)_* S_2 \left(\frac{-\rho CS}{\sin Kl} + \rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} K_1 h_1 \right) + \gamma_M \left(\rho CS \operatorname{tg} \frac{Kl}{2} + \rho_1 C_1 S_1 \operatorname{tg} K_1 h_1 \right)}{\cos^2 K_2 h_2}} \quad (22)$$

由式(22)不难看出, 机声效率不仅和 γ_M 有关, 并且又和 h_1 、 h_2 、 l 、 S_1 、 S_2 、 S 、 K_1 、 K_2 、 K 有关, 所以适当地选择换能器号数就能提高其效率。

现从下列几方面来讨论:

(1) γ_M 是由弹性引起的机械内摩擦和片与片间由于不一致而引起的机械摩擦。这和材料的性质、加工工艺及热处理方法有关。

(2) $\eta_{a/M}$ 的极限值为 $\lim_{\gamma_M \rightarrow \infty} \eta_{a/M} = 1$

由式(21)看出, 增大 γ_H 的方法为: ①加大 S_2 ; ②使 $\cos K_2 h_2 \rightarrow 0$ 即 $K_2 h_2 \rightarrow \frac{\pi}{2}$, 也就是 $h_2 \rightarrow \frac{\lambda}{4}$, 所以加厚盖板能提高效率, 但随着 h_2 的增大, 发射声功率迅速减小, 到 $h_2 = \frac{\lambda}{4}$ 时发射声功率为零; ③使 $\sin Kl \rightarrow 1$ 即 $Kl \rightarrow \frac{\pi}{2}$, 也就是 $l \rightarrow \frac{\lambda}{4}$, 所以到棒的长度接近 $\frac{\lambda}{4}$ 时, 机声效率 $\eta_{a/M}$ 也随之提高。

辐射声功率 P 等于:

$$\rho = \xi'^2 \gamma_H = \left[\frac{\sigma BS}{\gamma_H + \gamma_M} \right]^2 \gamma_H = \frac{(\sigma BS)^2}{\gamma_H} \eta_{a/M}^2 \quad (23)$$

从式(23)可以看出,当 B 为常数时加大 S ,对发射功率的增大是有利的,但 $B = \frac{u}{2\pi n f s \times 10^{-8}}$,即 B 和 S 成反比,所以在电压 u 、匝数 n 为定值时, P 和 S 的关系不大。不过,如果激励功率不受限制,即 u 足够大时,则在交变磁场小于直流极化磁场的条件下,加大 S 能增加发射功率。在 σBS 为恒值时,由式(23)可求出 $\gamma_H = \gamma_M$ 时 P 获得极大值, $P = \frac{\sigma BS}{4\gamma_H}$,但 $\eta_{a/M} = \frac{1}{2}$,这和电路中功率传输的匹配理论类比。

参 考 文 献

- [1] 赵惠田等编译,1960。超声波处理钢液。3—47页。上海科技出版社。
 [2] Гутин, Л. Я., 1945. Магнитострикционные излучатели и приемники. ЖТФ. 15., 724.
 [3] Гутин, Л. Я., 1945. Магнитострикционного Преобразователя. ЖТФ, 12, 239.

THE RESONANT FREQUENCY EQUATION OF THE MEGNETOSTRICTIVE TRANSMITTING TRANSDUCER WITH UNSYMMETRICAL END-PLATES

Hua Hefu

(Ningbo Navigation Instrument Manufacturing Factory)

Abstract

A resonant frequency equation of the unsymmetrical end-plate magnetostrictive transmitting transducer has been derived. From the solution of wave equation by applying of this equation to five different constructed magnetostrictive transducer after rearranging and modifying five corresponding formulae have been developed some of which were not reported before. It is proved that this resonant frequency equation can be regarded as a general basic equation of all magnetostrictive transducers of different constructions.

For the convenience of calculation, a group of curves showing the relation between resonant frequency and dimensions of a T-shaped transducer is plotted.

By using the electro-mechanical analogy and its fundamental definitions, the equations for calculating the acoustical efficiency of the unsymmetrical end-plate magnetostrictive unidirectional transmitting transducer and its sound radiating power are discussed.